Mathematik auf Knopfdruck

MATEX-Team

T. Bentz, *A. Helfrich-Schkarbanenko*, R. Koß, K. Rapedius, V. Rutka, A. Sommer

MINT-Kolleg Baden-Württemberg

Karlsruher Institut für Technologie

MATLAB EXPO 2017, München, 27. Juni 2017

Hochschullehre und Aschenputtel

Realität

- „Ach“, sagte Aschenputtel und seufztze dabei: „Dafür brauche ich bis Mitternacht.“

Hochschullehre und Aschenputtel

Realität

- „Ach“, sagte Aschenputtel und seufztze dabei: „Dafür brauche ich bis Mitternacht.“

Märchenhafte Wendung

- „Sollen wir dir helfen, die Linsen zu lesen?“

Hochschullehre und Aschenputtel

Realität

- „Ach“, sagte Aschenputtel und seuftzte dabei: „Dafür brauche ich bis Mitternacht.“

Märchenhafte Wendung

- „Sollen wir dir helfen, die Linsen zu lesen?“
- „Ja, gern, liebe Täubchen!“

Brüder Grimm, Aschenputtel

Hochschullehre und Aschenputtel

Realität

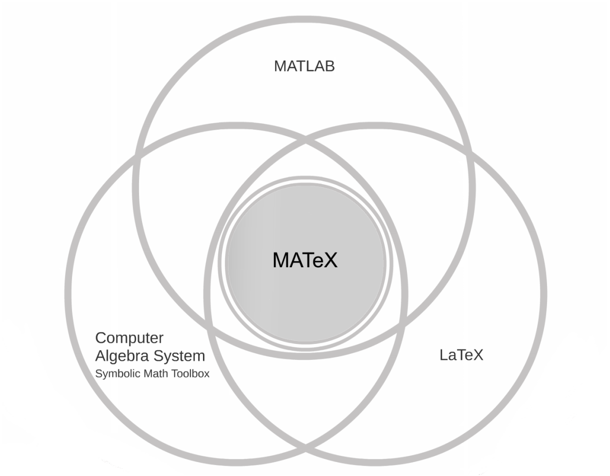
- „Ach“, sagte Aschenputtel und seufztze dabei:
  „Dafür brauche ich bis Mitternacht.“

Märchenhafte Wendung

- „Sollen wir dir helfen, die Linsen zu lesen?“
- „Ja, gern, liebe Täubchen!“

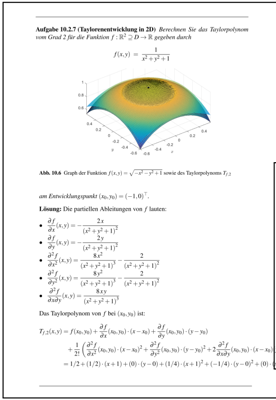
Brüder Grimm, Aschenputtel

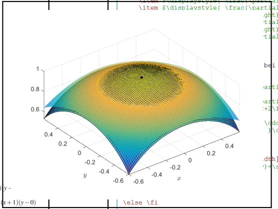
Durchschnittlicher Aufwand zur Erstellung von Lehrunterlagen:
ca. 1-2 Tage für ein Übungsblatt der Höheren Mathematik an einer UNI

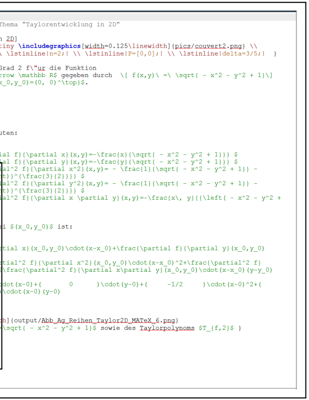

MATLAB
MATeX
Computer
Algebra System
Symbolic Math Toolbox
LaTeX

Input: Kapitel=10.2; f(x,y)=sqrt(1−x^2−y^2); n=2; P=[0, 0];

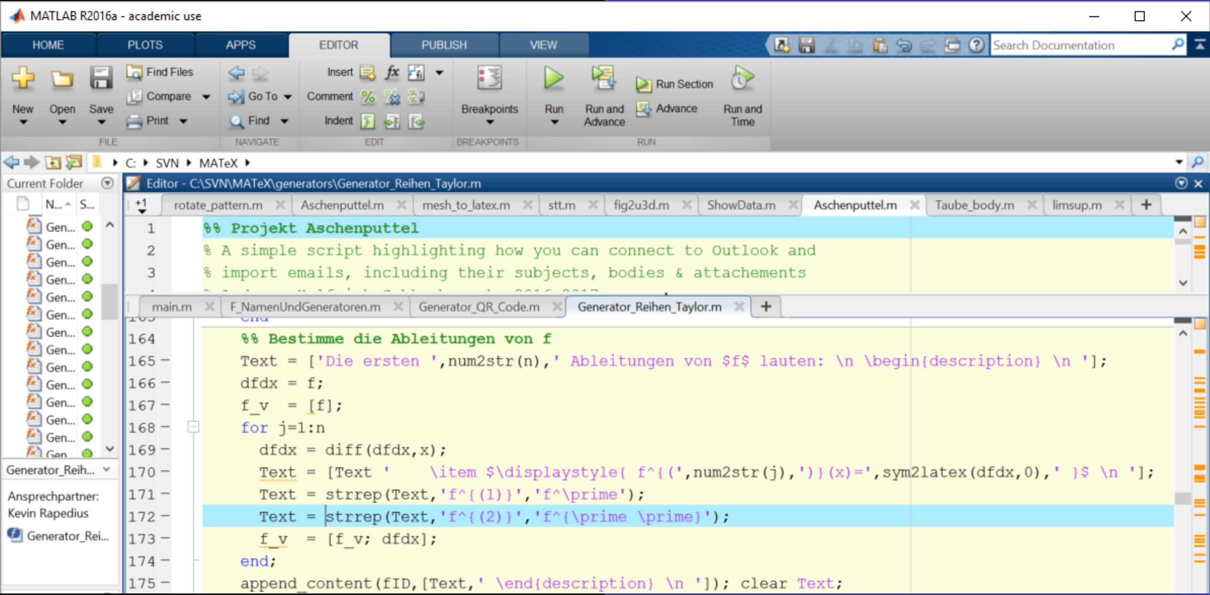
Output:







Aufgabe, Lösung (.pdf) Abbildung (.png) Aufgabe, Lösung (.tex)


MATLAB R2016a - academic use
HOME
PLOTS
APPS
EDITOR
PUBLISH
VIEW
Search Documentation
Find Files
Compare
Print
New
Open
Save
FILE
Go To
Find
NAVIGATE
Insert
Comment
Indent
EDIT
Breakpoints
BREAKPOINTS
Run
Run and Advance
Run Section
Advance
Run and Time
RUN
C: ▸ SVN ▸ MATeX ▸
Current Folder
Editor - C:\SVN\MATeX\generators\Generator_Reihen_Taylor.m
rotate_pattern.m
Aschenputtel.m
mesh_to_latex.m
stt.m
fig2u3d.m
ShowData.m
Aschenputtel.m
Taube_body.m
limsup.m
%% Projekt Aschenputtel
% A simple script highlighting how you can connect to Outlook and
% import emails, including their subjects, bodies & attachements
main.m
F_NamenUndGeneratoren.m
Generator_QR_Code.m
Generator_Reihen_Taylor.m
%% Bestimme die Ableitungen von f
Text = ['Die ersten ',num2str(n),' Ableitungen von f lauten: \n \begin{description} \n '];
dfdx = f;
f_v = [f];
for j=1:n
dfdx = diff(dfdx,x);
Text = [Text ' \item $\displaystyle{ f^{(',num2str(j),')}(x)=',sym2latex(dfdx,0),' }$ \n '];
Text = strrep(Text,'f^{(1)}','f^\prime');
Text = strrep(Text,'f^{(2)}','f^{\prime \prime}');
f_v = [f_v; dfdx];
end;
append_content(fID,[Text,' \end{description} \n ']); clear Text;
Generator_Reih...
Ansprechpartner:
Kevin Rapedius
Generator_Rei...

Eigenschaften von MATEX

- automatisierte und zeitökonomische Erstellung von Lehrunterlagen:
  Geschwindigkeitsfaktor 100-300 (bei standardisierten Aufgaben)
- Lernförderung bei Studierenden:
  Mitgestaltung der Aufgaben, Variation der Aufgaben, Visualisierung der Lösung
- über Internet zugänglich
- einfache Bedienung
- Aktuell 33 Themen der Höheren Mathematik
- 10 PCs $\times$ 20 Tage $=$ 1.000.000 Aufgaben:
  Erleichterter Aufbau von Aufgabendatenbank;
  Erstellung individualisierter Tests für große Gruppen

Eigenschaften von MATEX

- automatisierte und zeitökonomische Erstellung von Lehrunterlagen: Geschwindigkeitsfaktor 100-300 (bei standardisierten Aufgaben)
- Lernförderung bei Studierenden: Mitgestaltung der Aufgaben, Variation der Aufgaben, Visualisierung der Lösung
- über Internet zugänglich
- einfache Bedienung
- Aktuell 33 Themen der Höheren Mathematik
- 10 PCs $\times$ 20 Tage $=$ 1.000.000 Aufgaben: Erleichterter Aufbau von Aufgabendatenbank; Erstellung individualisierter Tests für große Gruppen

Gebraucht die Zeit, sie geht so schnell von hinnen,
Doch MATEX lehrt euch Zeit gewinnen.

J. W. von Goethe, Faust I, Paraphrase

Umgesetzte Fachthemen

Analysis einer reellen Veränderlichen: Folgen, Reihen, Potenzreihen, Kurvendiskussion, Taylor-Polynom, Partielle Integration, Partialbruchzerlegung, Lineare DGL mit konstanten Koeffizienten
Lineare Algebra: LGSe mit Gauß-Algorithmus, Orthonormalisierungsverfahren von Gram und Schmidt, Darstellungsmatrix, Kern und Bild einer linearen Abbildung, Determinantenberechnung, Eigenwertprobleme
Analysis mehrerer reeller Variablen: Extremwertaufgaben, Taylor-Entwicklung 2D, Implizit-definierte Funktionen, Kurvenintegrale 1. und 2. Art, Konservative Felder
Höhere Analysis: Fourier-Entwicklung, Laplace-Transformation und DGLen, Fourier-Transformation und DGLen, Lagrange'sche Multiplikatorenregel
Statistik: Baumdiagramm, Lineare Regression, Kontinuierliche Zufallsvariable, Zweidimensionale Gauß-Verteilung, Qualitätsregelkarte

Darf's schneller sein?

Input: Kapitel=8.2; f(x,y)=sqrt(1−x^2−y^2); n=2; P=[0,0]; delta=3/5;

Darf's mehr sein?

Input: Kapitel=8.2; Aufgabe per Zufall generieren .

Unendlich viele Aufgaben auf 4 cm^2

Zusammenfassung

- Erstellung von Unterlagen für Höhere Mathematik wurde beachtlich beschleunigt
- Einfache Schnittstelle/Bedienung
- MATEX-Quelltexte sind frei verfügbar (GPL ist geplant)

Vision

- Übungsblätter vollständig und didaktisch sinnvoll mit MATEX erstellen
- Erweiterung von MATEX auf benachbarte Fachgebiete wie Physik, Elektrotechnik
- E-Learning-Kurse; Anbindung an ILIAS; ...

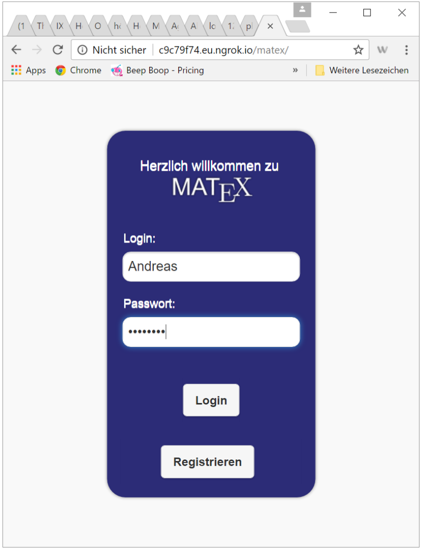
Zusammenfassung

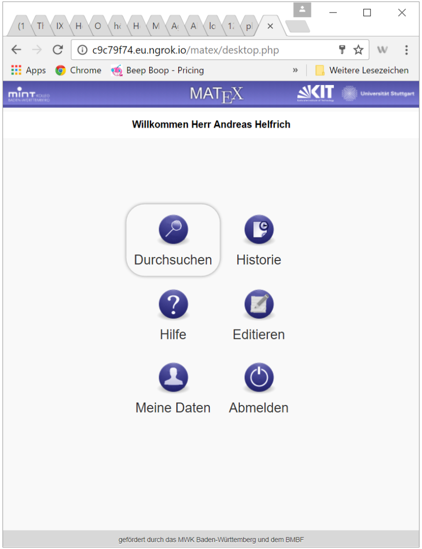
- Erstellung von Unterlagen für Höhere Mathematik wurde beachtlich beschleunigt
- Einfache Schnittstelle/Bedienung
- MATEX-Quelltexte sind frei verfügbar (GPL ist geplant)

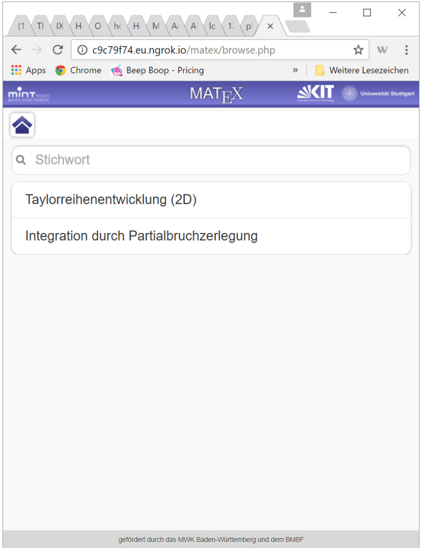
Vision

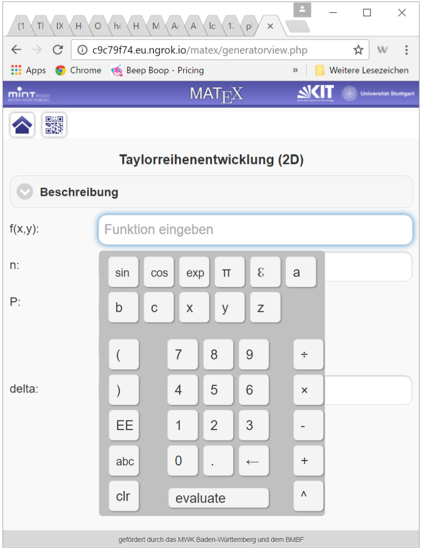
- Übungsblätter vollständig und didaktisch sinnvoll mit MATEX erstellen
- Erweiterung von MATEX auf benachbarte Fachgebiete wie Physik, Elektrotechnik
- E-Learning-Kurse; Anbindung an ILIAS; ...
- Mehr Zeit für Schuhproben/Tanzen/Leben.

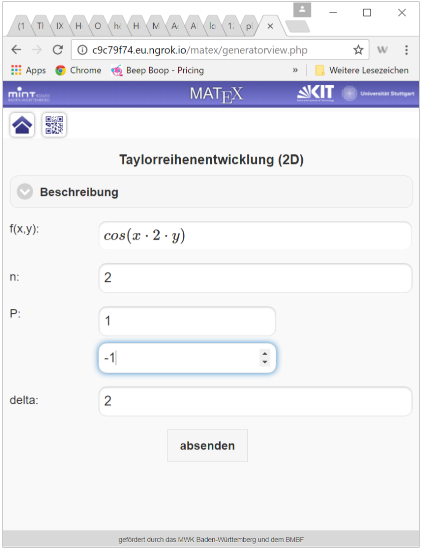
Vielen Dank!

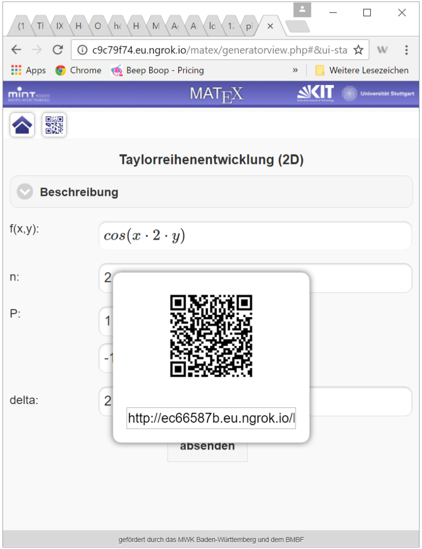

Nicht sicher
c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
Herzlich willkommen zu
MATEX
Login:
Andreas
Passwort:
Login
Registrieren

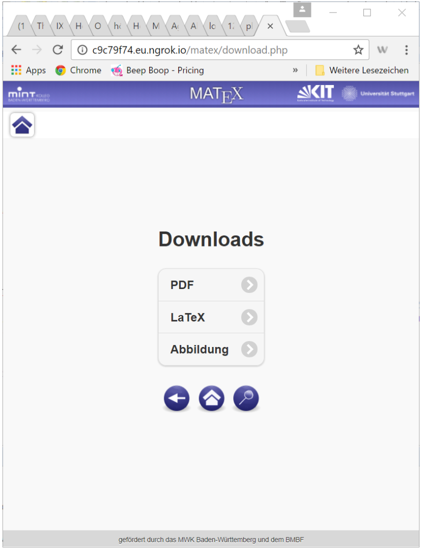

c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/desktop.php
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
MATEX
Willkommen Herr Andreas Helfrich
Durchsuchen
Historie
Hilfe
Editieren
Meine Daten
Abmelden
gefördert durch das MWK Baden-Württemberg und dem BMBF

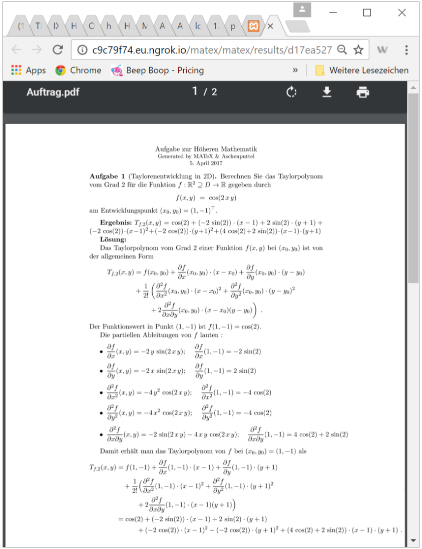

c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/browse.php
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
MATEX
Stichwort
Taylorreihenentwicklung (2D)
Integration durch Partialbruchzerlegung
gefördert durch das MWK Baden-Württemberg und dem BMBF


c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/generatorview.php
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
MATEX
KIT
Universität Stuttgart
Taylorreihenentwicklung (2D)
Beschreibung
f(x,y):
Funktion eingeben
n:
P:
delta:
sin
cos
exp
π
ε
a
b
c
x
y
z
(
)
EE
abc
clr
7
8
9
4
5
6
1
2
3
0
.
←
evaluate
÷
×
-
+
^
gefördert durch das MWK Baden-Württemberg und dem BMBF


c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/generatorview.php
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
MATEX
KIT
Universität Stuttgart
Taylorreihenentwicklung (2D)
Beschreibung
f(x,y):
$cos(x \cdot 2 \cdot y)$
n:
2
P:
1
-1
delta:
2
absenden
gefördert durch das MWK Baden-Württemberg und dem BMBF


c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/generatorview.php#&ui-sta
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
MATEX
Taylorreihenentwicklung (2D)
Beschreibung
f(x,y):
$cos(x \cdot 2 \cdot y)$
n:
2
P:
1
-1
delta:
2
http://ec66587b.eu.ngrok.io/l
absenden
gefördert durch das MWK Baden-Württemberg und dem BMBF


c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/download.php
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
MATEX
KIT
Universität Stuttgart
Downloads
PDF
LaTeX
Abbildung
gefördert durch das MWK Baden-Württemberg und dem BMBF



Aufgabe zur Höheren Mathematik
Generated by MATeX & Aschenputtel
5. April 2017

Aufgabe 1 (Taylorenentwicklung in 2D). Berechnen Sie das Taylorpolynom vom Grad 2 für die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \supseteq D \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) \;=\; \cos(2\,x\,y)$$

am Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (1, -1)^\top$.

Ergebnis: $T_{f,2}(x,y) = \cos(2) + (-2\,\sin(2)) \cdot (x-1) + 2\,\sin(2) \cdot (y+1) + (-2\,\cos(2)) \cdot (x-1)^2 + (-2\,\cos(2)) \cdot (y+1)^2 + (4\,\cos(2) + 2\,\sin(2)) \cdot (x-1) \cdot (y+1)$

Lösung:

Das Taylorpolynom vom Grad 2 einer Funktion $f(x,y)$ bei (x_0, y_0) ist von der allgemeinen Form

$$\begin{aligned} T_{f,2}(x,y) = f(x_0,y_0) &+ \frac{\partial f}{\partial x}(x_0,y_0) \cdot (x-x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0,y_0) \cdot (y-y_0) \\ &+ \frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x_0,y_0) \cdot (x-x_0)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x_0,y_0) \cdot (y-y_0)^2 \right. \\ &\left. + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0,y_0) \cdot (x-x_0)(y-y_0)\right) . \end{aligned}$$

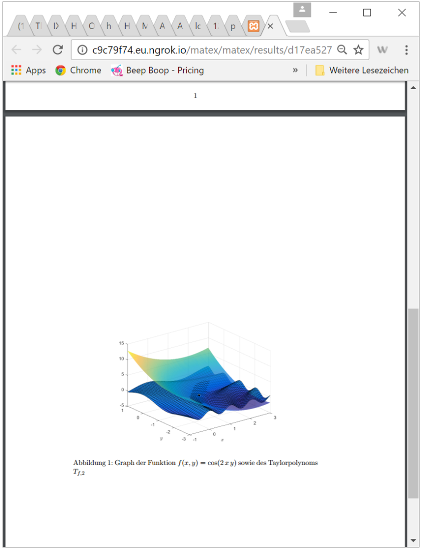
Der Funktionswert in Punkt $(1,-1)$ ist $f(1,-1) = \cos(2)$.

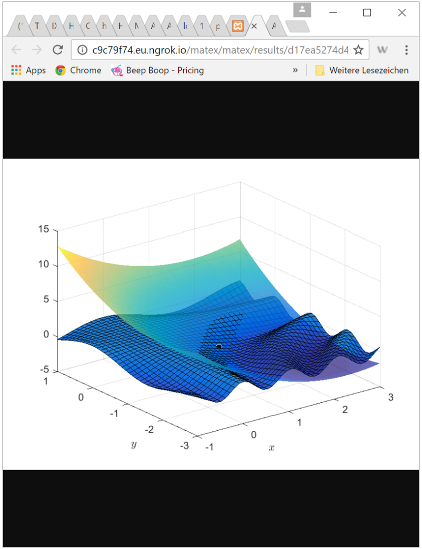
Die partiellen Ableitungen von f lauten :

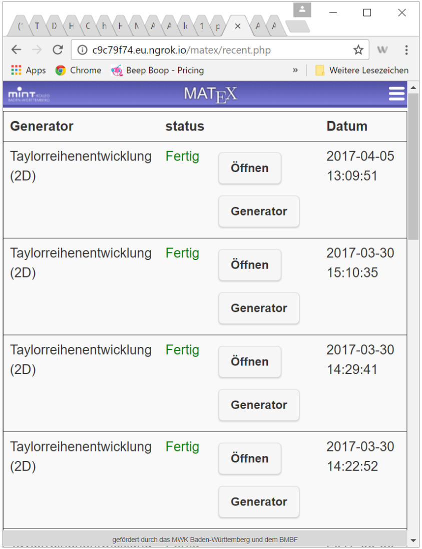
- $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = -2\,y\,\sin(2\,x\,y)$; $\quad \frac{\partial f}{\partial x}(1,-1) = -2\,\sin(2)$
- $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = -2\,x\,\sin(2\,x\,y)$; $\quad \frac{\partial f}{\partial y}(1,-1) = 2\,\sin(2)$
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) = -4\,y^2\,\cos(2\,x\,y)$; $\quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1,-1) = -4\,\cos(2)$
- $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = -4\,x^2\,\cos(2\,x\,y)$; $\quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1,-1) = -4\,\cos(2)$
- $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = -2\,\sin(2\,x\,y) - 4\,x\,y\,\cos(2\,x\,y)$; $\quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1,-1) = 4\,\cos(2) + 2\,\sin(2)$

Damit erhält man das Taylorpolynom von f bei $(x_0, y_0) = (1,-1)$ als

$$\begin{aligned} T_{f,2}(x,y) = f(1,-1) &+ \frac{\partial f}{\partial x}(1,-1) \cdot (x-1) + \frac{\partial f}{\partial y}(1,-1) \cdot (y+1) \\ &+ \frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1,-1) \cdot (x-1)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1,-1) \cdot (y+1)^2 \right. \\ &\left. + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1,-1) \cdot (x-1)(y+1)\right) \\ = \cos(2) &+ (-2\,\sin(2)) \cdot (x-1) + 2\,\sin(2) \cdot (y+1) \\ &+ (-2\,\cos(2)) \cdot (x-1)^2 + (-2\,\cos(2)) \cdot (y+1)^2 + (4\,\cos(2) + 2\,\sin(2)) \cdot (x-1) \cdot (y+1) . \end{aligned}$$


c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/matex/results/d17ea527
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
1
Abbildung 1: Graph der Funktion $f(x,y) = \cos(2\,x\,y)$ sowie des Taylorpolynoms $T_{f,2}$


c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/matex/results/d17ea5274d4
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
15
10
5
0
-5
1
0
-1
-2
-3
y
-1
0
1
2
3
x


c9c79f74.eu.ngrok.io/matex/recent.php
Apps
Chrome
Beep Boop - Pricing
Weitere Lesezeichen
MATEX
Generator
status
Datum
Taylorreihenentwicklung (2D)
Fertig
Öffnen
Generator
2017-04-05 13:09:51
Taylorreihenentwicklung (2D)
Fertig
Öffnen
Generator
2017-03-30 15:10:35
Taylorreihenentwicklung (2D)
Fertig
Öffnen
Generator
2017-03-30 14:29:41
Taylorreihenentwicklung (2D)
Fertig
Öffnen
Generator
2017-03-30 14:22:52
gefördert durch das MWK Baden-Württemberg und dem BMBF